

# Gás de Férmions Degenerados

P. C. M. Castilho\*

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo,  
Caixa Postal 369, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil*

\*patricia.cmcastilho@gmail.com

## Resumo

Neste artigo apresentamos um resumo do comportamento de um gás de férmions aprisionado no regime da degenerescência quântica, discutindo suas características principais e comparando-as com as observadas para um gás de bósons em tal regime. Por fim, explicamos os detalhes experimentais do primeiro experimento a obter um gás de férmions degenerado de átomos de  $^{40}\text{K}$ , apresentando seus resultados.

## 1. Introdução

A Condensação de Bose-Einstein (BEC, do inglês, *Bose-Einstein Condensation*) prevista em 1925 por Satyendra Nath Bose para fótons e ampliada por Albert Einstein, para partículas massivas, é um fenômeno intrínscio de sistemas de partículas bosônicas nos quais, para temperaturas abaixo de uma temperatura crítica (geralmente da ordem de algumas centenas de nanokelvins), aconteceria a ocupação macroscópica do estado de menor energia [1,2]. As partículas teriam a mesma energia e seriam descritas por uma mesma função de onda, transformando o sistema em um sistema quântico degenerado. O regime degenerado de um gás de férmions apresentaria outras características. O fenômeno da condensação não poderia ser observado em um sistema de partículas fermiônicas já que estas deveriam satisfazer o Princípio de Exclusão de Pauli, de modo que, ao diminuir a temperatura de tal sistema abaixo da temperatura de Fermi ( $T_F$ , a temperatura característica de sistemas fermiônicos), aconteceria a ocupação macroscópica dos estados de menor energia, até que, para  $T=0$ , todos os estados de energia até a energia de Fermi  $E_F$ , estariam preenchidos por apenas um férmion. A energia de Fermi é então definida como a energia do último estado excitado ocupado em  $T=0$ .

O avanço das técnicas de resfriamento e aprisionamento atômico durante todo o século XX, possibilitou a realização experimental da Condensação de Bose-Einstein em 1995, de forma paralela, por três grupos distintos: Eric A. Cornell e Carl Wieman, da Universidade do Colorado, trabalhando com átomos de rubídio [3], Wolfgang Ketterle, do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), trabalhando com átomos de sódio [4] e Randall G. Hulet, da Universidade de Rice, trabalhando com átomos de lítio [5]; rendendo o Prêmio Nobel de Física de 2001 aos três primeiros. Diversos estudos envolvendo BECs foram desenvolvidos após a sua obtenção abrangendo diversas áreas da física [6, 7, 8] que continua, ainda hoje, sendo uma área de pesquisa de extremo interesse.

A produção de um gás de férmions degenerados, porém, só foi alcançada em 1999 pelo grupo de Deborah S. Jin, do JILA, em átomos de  $^{40}\text{K}$  [9]. Dele, diversos outros experimentos se seguiram [10, 11, 12, 13, 14, 15]. A relativa demora em se obter um gás de férmions degenerados após a obtenção do BEC (cerca de 4 anos) é devida, principalmente, à dificuldade em se resfriar um gás de férmions. O processo de resfriamento que possibilitou atingir temperaturas da ordem de centenas de nanokelvins em gases bosônicos, se baseia no espalhamento de ondas-s que, de acordo com o Princípio de Pauli, é proibido para férmions. Novos métodos de resfriamento se fizeram necessários e uma breve discussão desses métodos segue na seção 3 deste artigo.

Neste artigo iremos, na seção 2, apresentar uma breve descrição de um gás de férmions aprisionado em uma armadilha harmônica, comparando as suas características com as de um gás de bósons; na seção 3, explicar brevemente os processos de resfriamento utilizados para resfriar um gás de férmions até o seu regime degenerado; e, na seção 4, discutiremos os resultados obtidos com

o primeiro experimento a realizar um gás de férmions degenerados. Por fim, apresentaremos o que ainda vêm sendo feito neste tópico.

## 2. Gás de férmions aprisionado

Um gás de  $N$  férmions idênticos pode ser descrito por uma função de onda que, diferentemente da utilizada para um sistemas de  $N$  bósons, é antissimétrica para trocas de pares de partículas. Esta característica dá origem a uma outra mecânica estatística regida pela distribuição de Fermi-Dirac, dada por:

$$f_{FD}(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{e^{\beta[H(\vec{r}, \vec{p}) - \mu]} + 1}$$

onde  $\beta = 1/k_B T$ ,  $k_B$  é a constante de Boltzmann,  $\mu$  é o potencial químico e  $H(\vec{r}, \vec{p})$  é a energia do estado do sistema em que a partícula se encontra. A equação acima satisfaz o Princípio de exclusão de Pauli e, para  $T=0$ , prevê a ocupação, por apenas um férmion, de todos os estados energéticos até uma energia máxima, chamada de energia de Fermi. Esta propriedade dos gases fermionicos garante um tamanho mínimo para a nuvem, mantido pela pressão de Fermi. Dessa forma, novas partículas não conseguem penetrar no sistema dando origem ao bloqueio de colisões de Pauli. O grau de degenerescência do sistema é definido pela razão entre a temperatura do sistema e a temperatura de Fermi, dada por  $T_F = E_F/k_B$ .

Seja um gás de férmions aprisionado em uma armadilha harmônica de simetria cilíndrica ao longo do eixo-z. As frequências de aprisionamento ficam dadas por  $(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (\omega_r, \omega_r, \omega_z)$  de modo que podemos definir  $\lambda = \omega_z/\omega_r$ . O potencial da armadilha segue, então, dado por:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \omega_r^2 (x^2 + y^2 + \lambda z^2)$$

onde  $m$  é a massa dos férmions. Podemos escrever o hamiltoniano que descreve o sistema, como:

$$H(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r})$$

Os níveis de energia de cada partícula são dados pelos autovalores do oscilador harmônico:  $\varepsilon_{n_x, n_y, n_z} = \hbar \omega_r (n_x + n_y + \lambda n_z)$ , com  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  inteiros positivos. Se a energia térmica do sistema é muito maior do que o espaçamento entre os níveis de energia ( $k_B T \gg \hbar \omega_r$ ), é possível substituir o espectro de energia discreto do oscilador harmônico, por um espectro contínuo com densidade de estados dada por:

$$g(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{2\lambda (\hbar \omega_r)^3}$$

O número de átomos pode ser obtido pela equação abaixo:

$$N_F = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{g(\varepsilon) d\varepsilon}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

A partir do calculo da integral é possível encontrar uma expressão para a energia de Fermi [16], que segue dada por:

$$E_F = \hbar \omega_r [6\lambda N_F]^{1/3}$$

Da energia de Fermi é possível definir o tamanho típico de um gás de férmions degenerado aprisionado por um armadilha harmônica:

$$E_F = \frac{1}{2} m \omega_r^2 R_F^2 \rightarrow R_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_r^2}} = a_{oh} (48N_F)^{1/6}$$

onde  $a_{oh} = \sqrt{\hbar/m\omega_{oh}}$  é o comprimento característico do oscilador harmônico com  $\omega_{oh} = (\omega_r^2 \omega_z)^{1/3}$ .

Diferentemente do obtido para um gás de férmions, um gás de partículas bosônicas não interagentes tem sua dimensão dada pelo comprimento característico do oscilador harmônico já que todos os átomos ocupariam o estado de menor energia do sistema.

O perfil de densidade de um gás de férmions degenerado pode ser obtido analiticamente a partir da distribuição de Fermi-Dirac, para o caso de  $T=0$ :

$$n(\vec{r}, T=0) = \frac{8\lambda N}{\pi^2 R_F^3} \left[ 1 - \frac{\rho^2}{R_F^2} \right]^{3/2}$$

onde  $\rho = (x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{1/2}$ . Grande parte dos experimentos realizados com átomos frios faz seu diagnóstico por meio de imagens da nuvem após serem liberadas da armadilha (imagens em tempo de voo). Dessa forma, o que é de fato observado, é a distribuição de momentos de tais nuvens. No limite de Thomas-Fermi, no qual despreza-se a energia cinética dos átomos, o perfil de distribuição de momentos fica dado por:

$$n(\vec{p}, T=0) = \frac{8N}{\pi^2 p_F^3} \left[ 1 - \frac{p^2}{p_F^2} \right]^{3/2}$$

onde  $p_F = \sqrt{2mE_F}$ . Apesar da armadilha ser anisotrópica, o perfil de distribuição de momentos de um gás de férmions degenerados é isotrópico, dependendo apenas do módulo de  $p$ . Esta é uma diferença importante com relação ao observado para um gás de bósons degenerado, para o qual observa-se a inversão do *aspect ratio* da nuvem atômica durante a sua expansão livre.

### 3. Resfriando um gás de férmions

Um dos maiores desafios em se obter um gás de férmions degenerado consistia em atingir temperaturas inferiores à temperatura de Fermi, de cerca de centenas de nanokelvins para tais sistemas. Isto porque, segundo o Princípio de exclusão de Pauli, o espalhamento de onda-s usado para resfriar bósons no processo de resfriamento evaporativo até a obtenção da condensação, era proibido para um sistema de partículas fermiônicas idênticas. Dois novos métodos, ao espalhamento de onda-s, se mostraram eficientes em levar um gás de férmions ao regime degenerado. Em um primeiro método, férmions em diferentes estados de spin são simultaneamente aprisionados e realiza-se a técnica de resfriamento evaporativo em cada uma das espécies. A retermalização do sistema é obtida a partir das colisões entre férmions de estados de spin diferentes. O outro método consiste em um resfriamento simpatético (do inglês, *sympathetic cooling*) por meio do contato térmico do gás de férmions com um gás de partículas bosônicas a baixas temperaturas. Os bósons são resfriados a partir da utilização da técnica de resfriamento evaporativo e o sistema entra em equilíbrio térmico por meio de colisões entre as espécies.

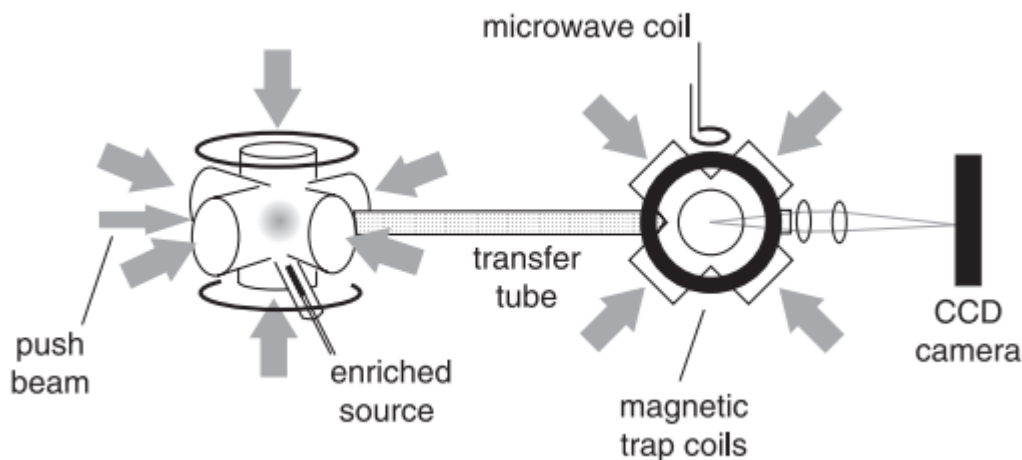
Na seção seguinte discutiremos os resultados apresentados pelo primeiro experimento a realizar a produção de um gás de férmions degenerados a partir do aprisionamento de duas espécies de  $^{40}\text{K}$  [9].

### 4. Primeira realização experimental de um gás de férmions degenerado

O primeiro grupo a obter um gás de férmions degenerado foi o grupo liderado por Deborah S. Jin, no JILA, em 1999 [9]. Átomos de  $^{40}\text{K}$  em dois estados de spin diferentes,  $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$  e  $|F=9/2, m_F=7/2\rangle$ , foram simultaneamente aprisionados em uma armadilha magnética do tipo QUIC (do inglês, *Quadrupole-Ioffe configuration*) e resfriados a temperaturas abaixo de 300nK. Nestas condições foi possível observar os efeitos da estatística de Fermi-Dirac no perfil de

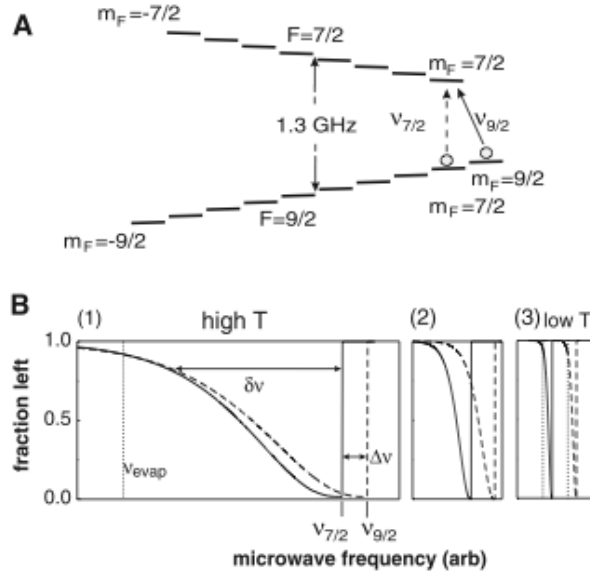
distribuição de momentos da nuvem atômica degenerada, a partir da análise de imagens de absorção tiradas em tempo de voo.

O sistema de vácuo apresentava a configuração de duplo-MOT, como segue ilustrado na figura 1. Inicialmente, átomos de  $^{40}\text{K}$  são capturados em uma armadilha magneto-óptica (do inglês, *magneto-optical trap* – MOT), a partir do vapor de potássio contido na primeira célula. Em seguida, um feixe de laser, denominado *push*, “empurra” os átomos até a segunda célula onde um outro MOT é produzido. Os átomos são submetidos a um processo de resfriamento sub-Doppler com o qual atingem temperaturas de cerca de  $150\ \mu\text{K}$  antes de serem transferidos para a armadilha magnética. A armadilha magnética QUIC produz um potencial harmônico com simetria cilíndrica, cujas frequências seguem dadas por  $\omega_z = 2\pi \times 19.5\text{Hz}$ , ao longo da direção axial, e por  $\omega_r = 2\pi \times 44\text{Hz}$  até  $2\pi \times 370\text{Hz}$ , de acordo com a corrente nas bobinas responsáveis pelo campo de *bias*,  $B_0$ . O tempo de vida dos átomos na armadilha magnética é de 300s o que dá um tempo suficiente para realizar o processo de resfriamento evaporativo.



**Figura 1:** Ilustração do sistema de vácuo do experimento da D. S. Jin para a produção de um gás de férmions degenerado com átomos de  $^{40}\text{K}$ .

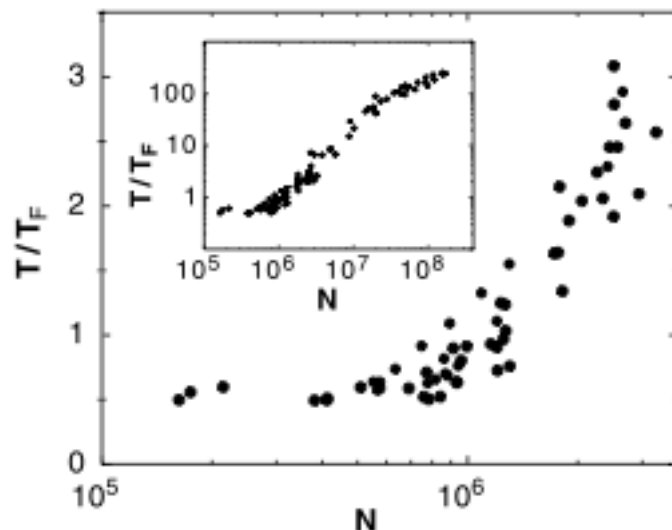
Uma vez que os átomos estejam na armadilha magnética, dá-se início o processo de resfriamento evaporativo por meio da utilização de micro-ondas. As duas espécies diferentes de spin sofrem o resfriamento mantendo o equilíbrio térmico a partir de colisões entre espécies. Dessa forma, para que a evaporação aconteça de forma eficiente até a obtenção da degenerescência quântica, é necessário produzir uma amostra em que a população de cada uma das espécies seja, aproximadamente, a mesma. Para o caso particular da mistura de spin utilizada neste experimento, existem três regimes de resfriamento evaporativo, que seguem ilustrados na figura 2. Duas grandezas são importantes no momento de realizar a evaporação por micro-ondas: a largura na micro-onda que irá retirar os átomos da armadilha, dada por  $\delta\nu \approx k_B T/h$ , onde  $h$  é a constante de Planck; e o deslocamento Zeeman dos átomos em diferentes estados de spin no centro da armadilha, dado por  $\Delta\nu = \nu_{9/2} - \nu_{7/2} \propto B_0$ . Para altas temperaturas,  $\delta\nu \gg \Delta\nu$  e uma mesma frequência de micro-onda é capaz de remover um número de átomos aproximadamente igual para ambas as espécies. Para baixas temperaturas,  $\delta\nu \ll \Delta\nu$ , as frequências de cada espécie não são compatíveis e duas frequências de micro-ondas são necessárias para continuar o resfriamento. Porém, quando nos aproximamos do segundo regime, no qual  $\delta\nu \approx \Delta\nu$ , qualquer frequência de micro-onda relevante irá remover um número diferente de átomos para cada uma das espécies.



**Figura 2:** Estrutura hiperfina do estado fundamental dos átomos de 40K (A) e a representação esquemática dos regimes do processo de resfriamento evaporativo.

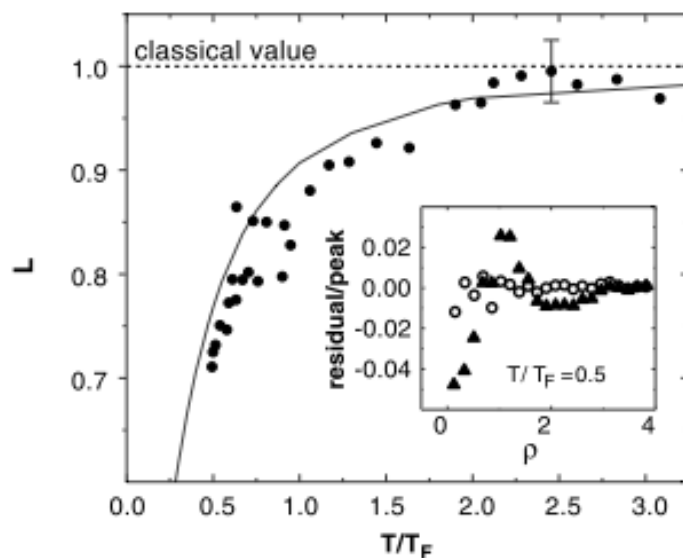
Como  $\Delta\nu$  é proporcional ao campo de bias,  $B_0$ , é possível alterar o regime da evaporação realizando uma mudança adiabática deste campo. Inicialmente, cerca de  $10^8$  átomos são aprisionados e o resfriamento evaporativo começa com  $B_0=1$  Gauss, numa população de 60%/40% de átomos em  $m_F=9/2$  e  $m_F=7/2$  a uma temperatura de 1mK. No primeiro estágio da evaporação, uma única frequência de micro-onda é aplicada até entrarmos no segundo estágio no qual  $T/T_F \approx 1$ . O campo de bias é então adiabaticamente aumentado até  $B_0=5$  Gauss, resultando em uma frequência radial da armadilha de  $\omega_r = 2\pi \times 137\text{Hz}$ . Em seguida, duas frequências de micro-onda são utilizadas para resfriar cada uma das espécies até o regime degenerado. A análise da nuvem atômica é feita por meio de imagens de absorção obtidas após um tempo de voo que varia de 15 a 20ms. Por simplicidade das análises, os átomos com  $m_F=7/2$  são removidos da armadilha e apenas os átomos com  $m_F=9/2$  são observados.

Na figura 3 segue ilustrada a trajetória da evaporação no gráfico de  $T/T_F$  em função do número de átomos. É possível ver que a estatística de Fermi-Dirac influencia dramaticamente o resfriamento dos átomos fermionicos: a partir de  $T/T_F \approx 0.5$ , o processo de evaporação torna-se altamente ineficiente e é necessário uma grande redução no número de átomos para se observar qualquer efeito na temperatura da amostra. Este é um efeito que ocorre em decorrência do “bloqueio de Pauli”. O princípio de exclusão de Pauli irá bloquear as colisões elásticas, essenciais para o processo de evaporação, já que, para que elas aconteçam, seria necessário a ocupação dos estados de menor energia já ocupados.



**Figura 3:** Trajetória do processo de evaporação.

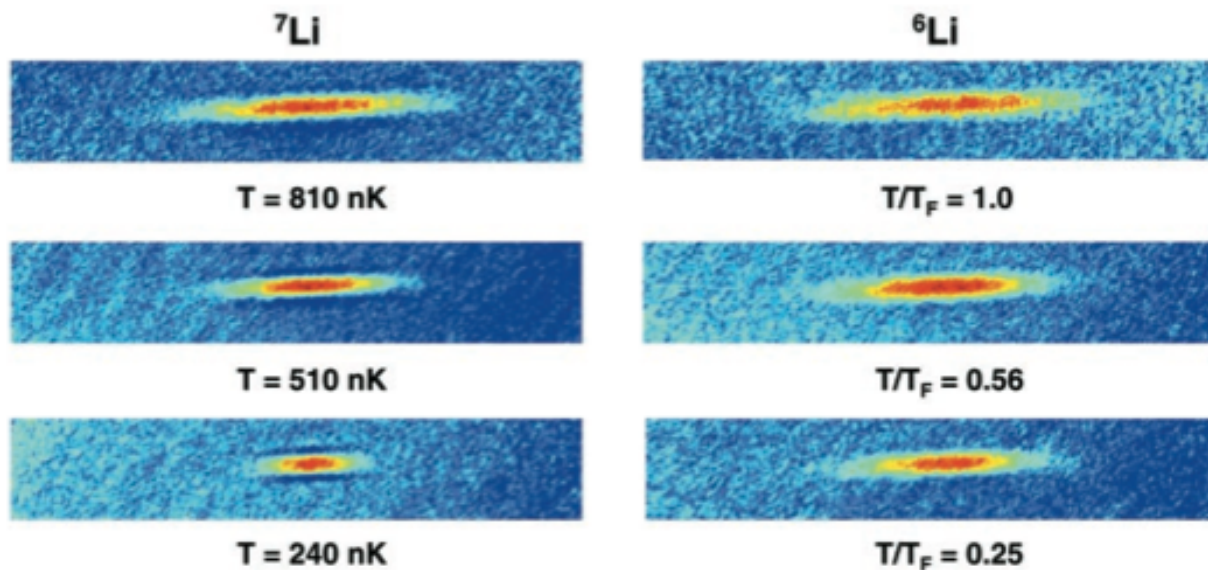
Outra análise realizada está relacionada à mudança no perfil de distribuição de momento da nuvem, que segue representada no gráfico da figura 4. O parâmetro  $L$  caracteriza o desvio do perfil gaussiano a medida que entramos no regime degenerado e a distribuição de momentos assume uma forma parabólica.



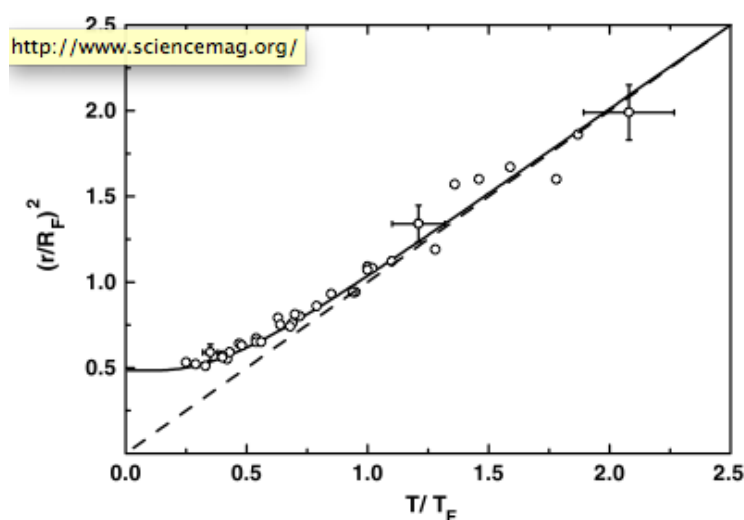
**Figura 4:** Obtenção da degenerescência quântica a partir do estudo da distribuição de momentos de imagens da nuvem em tempo de voo.

## 5. Conclusões

O experimento da D. S. Jin demonstrou a evidencia da obtenção de um gás de férmions degenerados a partir da observação de características simples, como as apresentadas nas figuras 3 e 4. Outros experimentos subsequentes reproduziram seus resultados e exploraram outros aspectos interessantes de tais sistemas. No caso do experimento do grupo liderado por R. G. Hulet, no qual átomos de  ${}^6\text{Li}$  são resfriados por meio da técnica de resfriamento simpatético (do inglês, *sympatetic cooling*) a partir do contato com um gás bosônico de átomos de  ${}^7\text{Li}$ , foi observado mais claramente os efeitos da pressão de Fermi que assegura um raio mínimo para o gás. Estes resultados podem se vistos nas figuras 5 e 6.



**Figura 5:** Comparação entre imagens de uma nuvem de  ${}^7\text{Li}$  (bóson) e uma de  ${}^6\text{Li}$  (férmion) para diferentes temperaturas.



**Figura 6:** Observação de um raio mínimo para a nuvem atômica fermionica a partir do gráfico do raio obtido a  $1/e$  dividido pelo raio de Fermi em função de  $T/T_c$ .

A obtenção da degenerescência em um gás de Fermi deu início a um novo objeto de estudo dentro da física atômica no qual diversos fenômenos interessantes, como a fase BCS e a transição para uma fase de condensados de pares de férmions, poderiam ser estudados. Ainda hoje diversos estudos continuam sendo realizados com gases de férmions degenerados. O próprio grupo liderado por D. S. Jin continua suas pesquisas nesta área, tendo publicado, ainda este ano, um artigo que estuda a observação da superfície de Fermi em uma amostra atômica ultrafria [17].

## 6. Referências

- [1] S. N. Bose, “Plancks gesetz und lichtquantenhypothese”, *Zeitschrift für Physik* **26**, 178 (1924).
- [2] A. Einstein, “Quantentheorie des atomaren idealen gases”, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 261 (1924).
- [3] M. H. Anderson, et al. “Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor”, *Science* **269**, 198 (1995).

- [4] K. B. Davis, et al. “*Bose-Einstein Condensation in a gas of sodium atoms*”, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [5] C. C. Bradley, et al. “*Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions*”, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995).
- [6] F. Dalfovo, et al. “*Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*”, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [7] L. Pitaevskii e S. Stringari, “*Bose-Einstein Condensation*”, Oxford Science Publications Int. Series of Monographs on Physics (2003).
- [8] D. S. Hall, “*Resource Letter BEC-1: Bose-Einstein Condensates in Trapped Dilute Gases*”, cond-mat/0302518 (2003).
- [9] B. DeMarco e D. S. Jin, “*Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas*”, Science **283**, 1703 (1999)
- [10] G. Truscott, et al. “*Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms*”, Science **291**, 2570 (2001).
- [11] S. Jochin, et al. “*Magnetic field control of elastic scattering in a cold gas of fermionic lithium atoms*”, Phys. Rev. Lett. **89**, 273202 (2002).
- [12] F. Schreck, et al. “*Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea*”, Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001).
- [13] S. R. Granade, et al. “*All-Optical Production of a Degenerate Fermi Gas*”, Phys. Rev. Lett. **88**, 120405 (2002).
- [14] Z. Hadzibabic, et al. “*Two-Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi Gases*”, Phys. Rev. Lett. **88**, 160401 (2002)
- [15] G. Roati, et al. “*Fermi-Bose Quantum Degenerate 40K-87Rb Mixture with Attractive Interaction*”, Phys. Rev. Lett. **89**, 150403 (2002)
- [16] D. A. Butts e D. S. Rokhsar, “*Trapped Fermi gases*”, Phys. Rev. A **55**, 4346 (1997).
- [17] T. E. Drake, et al. “*Direct observation of the Fermi surface in an ultracold atomic gas*”, Phys. Rev. A **86**, 031601 (2012).